

Impacto da Dimensão da Turma

Nova Evidência Empírica de Portugal

Gonçalo Lima
European University Institute
goncalo.lima@eui.eu

Fórum Estatístico 2022
DGEEC
27 de outubro, 2022

Motivação I

Dimensão das turmas continua a ser tema de discussão académica e política

- **Por um lado:** Redução do tamanho das turmas visto como um investimento necessário
- **Por outro:** Potenciais benefícios podem não compensar custos
- Várias reformas recentes em Portugal (3^o ciclo):
 - 2004-2013: 24-28 alunos (Despacho Normativo n.º13765/2004)
 - 2013-2016: 26-30 alunos (Despacho Normativo n.º 5048-B/2013)
 - Outras alterações recentes

Motivação II

A magnitude do efeito causal da dimensão das turmas é disputado

- Pouca evidência experimental
 - Projeto STAR (Tennessee): Redução de 7 alunos \implies \uparrow .15 de um desvio-padrão (σ) no desempenho acadêmico dos alunos (Krueger, 1999; Schanzenbach, 2006), \uparrow estudar no Ensino Superior (Chetty et al., 2011; Dynarski et al., 2013)
- Evidência empírica quase-experimental
 - Efeitos pequenos a moderados (Angrist and Lavy, 1999; Gary-Bobo and Mahjoub, 2013; Browning and Heinesen, 2007; Bonesronning, 2003; Urquiola, 2006)
 - Alguns efeitos nulos e não-significativos (Hoxby, 2000; Angrist et al., 2017, 2019)
 - Turmas pequenas na Suécia com efeitos positivos em: competências cognitivas e socio-emocionais, escolaridade e rendimentos no mercado de trabalho (Fredriksson et al., 2013)

Contributos

1. Contributo empírico e metodológico

- Identificação dos efeitos de dimensão de turma num contexto com múltiplas regras na formação de turma
- Primeira evidência quase-experimental para o contexto Português
 - Estudo prospetivo de [Capucha et al. \(2017\)](#) documenta correlação para Portugal
- Foco no 6^o ano

2. Contributo teórico

- Reformulo o problema da dimensão da turma da perspetiva do professor
- Formalizo como a qualidade do professor pode servir como mediador do efeito

Principais Resultados e Limitações

Cumprimento das regras é limitado

- Grande parte das turmas em PT estão subdimensionadas
- Complexidade institucional das regras pode tornar o seu cumprimento demasiado oneroso

Efeitos locais (LATE) para aumento de 1 aluno na turma

- $\downarrow .035\sigma$ desempenho em Matemática
- $\downarrow .019\sigma$ desempenho em Português

Nesta Apresentação

1. Contexto Institucional
2. Dados
3. Estratégia Empírica
4. Resultados
5. Discussão

Contexto Institucional

Contexto Institucional

Governo determina regras para o tamanho máximo de turma

- Variam de acordo com anos de ensino e anos letivos
- 3º ciclo: 28 alunos até 2012; 30 alunos entre 2013-2015
- Turmas com alunos NEE podem ter no máximo 2 alunos NEE; 20 alunos no total
- Alocação de carga letiva e professores às escolas baseada no número esperado de turmas

Forte crescimento no número de alunos com necessidades educativas especiais

- A maioria (99%) dos alunos NEE em escolas públicas estão integrados em educação regular
- Lei não determina explicitamente os critérios para identificação de um aluno como NEE
- *Facto relevante*: alunos NEE têm prioridade na alocação a escolas com excesso de procura

Contexto institucional

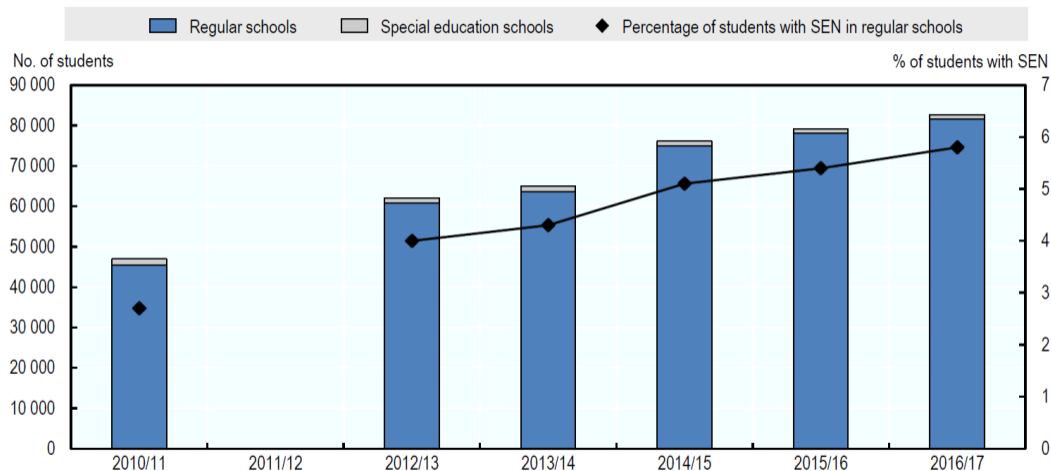


Figure 1: Tendência no número e proporção de alunos com NEE por tipo de escola, 2010-17

Source: Liebowitz et al. (2018)

Dados

Dados

Descrição

Base de dados para análise:

- Dados MISI com o universo de alunos do 6^o ano, inscritos entre 2011 e 2015, que realizaram provas
 - 353 807 alunos
 - 862 escolas públicas
 - 17 595 turmas

Dados

Principais variáveis

Outcome

- Notas exame Matemática e Português (6º ano) [standardizadas por ano letivo]

Dimensão da turma

Dimensão do cohort 6º ano na escola

Turma com alunos NEE

Características dos alunos:

- Sexo
- Imigrante
- Computador em casa
- Apoio Social Escolar
- Pai desempregado
- Nível de educação em casa

Estratégia Empírica

Estratégia empírica

Notas do aluno i , na turma c , na escola s no ano t são dadas por:

$$y_{icst} = \gamma_0 + \gamma n_{cst} + \mathbf{X}_{icst} \boldsymbol{\delta} + \varepsilon_{icst} \quad (1)$$

- $n_{cst} \equiv$ dimensão da turma
- $\mathbf{X}_{icst} \equiv$ vetor de variáveis de controlo
- $\varepsilon_{icst} \equiv$ erro idiosincrático
- γ só identifica efeito causal se se assumir independência condicionada: $Cov(\varepsilon_{icst}, n_{cst}) = 0$
- Mas alunos não são aleatoriamente alocados às turmas

Estratégia empírica

2SLS

Variável instrumental à la *Angrist and Lavy (1999)*

- Exploro variação entre-escolas, em cada ano, da dimensão das turmas
- Descontinuidades no tamanho previsto da turma, como função do número de alunos na escola
- Aumento a função Angrist-Lavy para o contexto português, com múltiplas regras

Empirical Strategy

Angrist-Lavy function I

Função Angrist-Lavy típica pode ser expressa como:

$$AL_{st} = \frac{E_{st}}{\underbrace{\mathbb{E}[m_{st}]}_{\text{Número de turmas esperado}}} = \frac{E_{st}}{\left\lceil \frac{E_{st}}{r_t^{\max}} \right\rceil} \quad (2)$$

- $E_{st} \equiv$ alunos inscritos na escola para o 6^o ano
- $r_t^{\max} = 28 \cdot \mathbb{1}\{t \leq 2012\} + 30 \cdot \mathbb{1}\{t > 2013\}$
- $\lceil x \rceil = \min\{w \in \mathbb{N} | w \geq x\}$, \mathbb{N} é o conjunto dos números naturais

Estratégia Empírica

Função Angrist-Lavy

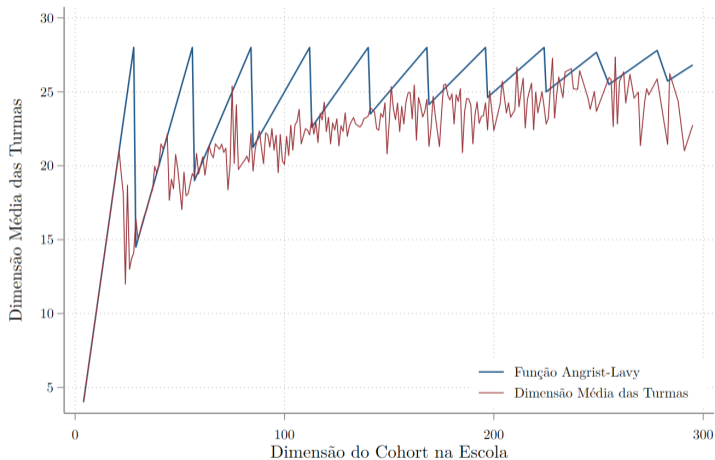


Figure 2: Dimensão média das turmas e dimensão média prevista, 2011

Estratégia Emírica

Função de Angrist-Lavy Aumentada I

Função aumentada tem também em conta as regras para alunos com NEE

- Cada escola tem E_{st} alunos do 6º ano inscritos
- Cada escola divide os alunos em turmas sem NEE (c) e com NEE (\tilde{c})
- Dadas as regras, r_t^{\max} and r_t^{nee} , $\tilde{m}_{st} = \#\{\tilde{c}_{st}\}$
- Alunos com NEE têm prioridade na inscrição \implies escola sabe \tilde{m}_{st} , antes de dividir os alunos por turmas

Empirical Strategy

Augmented Angrist-Lavy function II

Número esperado de turmas:

$$\mathbb{E}[m_{st}] = \tilde{m}_{st} + \left[\frac{E_{st} - \tilde{m}_{st} \cdot r_t^{\text{sen}}}{r_t^{\text{max}}} \right] \quad (3)$$

Função Angrist-Lavy aumentada:

$$AAL_{st} = \frac{E_{st}}{\mathbb{E}[m_{st}]} = \frac{E_{st}}{\tilde{m}_{st} + \left[\frac{E_{st} - \tilde{m}_{st} \cdot r_t^{\text{sen}}}{r_t^{\text{max}}} \right]} \quad (4)$$

Estratégia Empírica

Função Angrist-Lavy Aumentada III

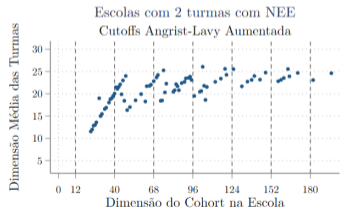
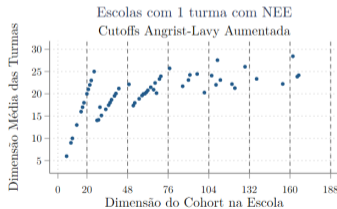
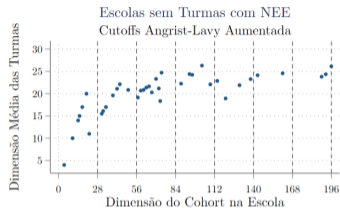
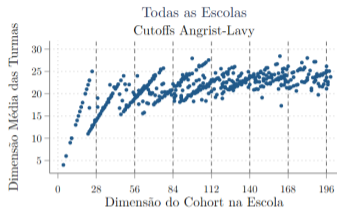


Figure 3: Relação entre dimensão do cohort e dimensão média das turmas por nr. de turmas com NEE

Estratégica Empírica

Incumprimento das regras?

O que explica a observada falta de cumprimento com as regras (*compliance*)?

1. Erro de medida? Variável de turma com NEE elegível para redução incorrectamente especificada?
2. Recursos limitados para redução de turmas?
3. Complexidade institucional gera incumprimento?

Estratégia Empírica

Incumprimento das regras? II

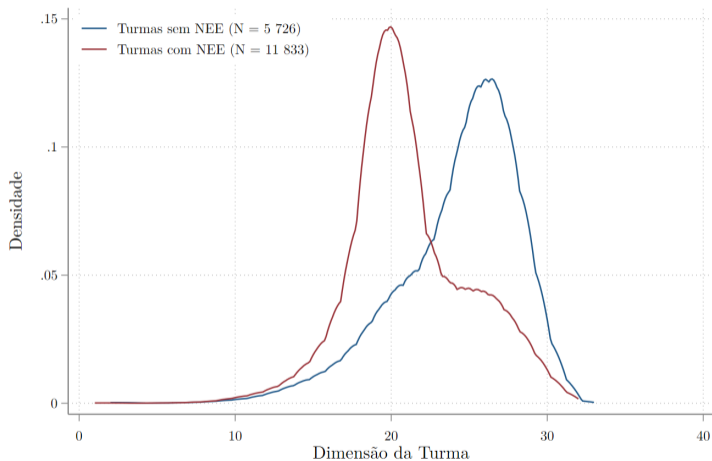


Figure 4: Distribuições das dimensões das turmas com e sem alunos com NEE

Estratégia Empírica

Pressupostos de identificação

Pressupostos para identificação dos efeitos causais (*LATE*) (Angrist et al., 1996)

1. Alocação aleatória
 - 1.1. Escolas não manipulam nr. de alunos inscritos
 - 1.2. Escolas não manipulam nr. de alunos com NEE
2. Cumprimento da alocação a tratamento
 - 2.1. Pelo menos algumas escolas são induzidas a reduzir o tamanho da turma dadas as regras
3. Excluibilidade
 - 3.1. Regras apenas afectam aprendizagem através da dimensão da turma
4. Monotonicidade
 - 4.1 Escolas não desafiam a alocação aleatória propositadamente

Estratégia Empírica

Estimação

Estimação por 2SLS:

$$n_{cst} = \alpha_0 + \alpha AAL_{st} + f(E_{st}) + \theta_1 \tilde{m}_{st} + \mathbf{X}_{icst} \delta_1 + \lambda_t + v_{cst} \quad (5)$$

$$y_{icst} = \tau_0 + \tau \hat{n}_{cst} + f(E_{st}) + \theta_2 \tilde{m}_{st} + \mathbf{X}_{icst} \delta_2 + \lambda_t + \varepsilon_{icst} \quad (6)$$

- $f(E_{st}) \equiv$ função linear / quadrática da dimensão do cohort na escola
- $\lambda_t \equiv$ efeitos fixos de ano
- $\hat{n}_{cst} \equiv$ tamanho previsto da turma
- $\tilde{m}_{st} \equiv$ nr. de turmas na escola com alunos NEE
- $\mathbf{X}_{icst} \equiv$ vector de características do aluno
- $\tau \equiv$ efeito causal de interesse (*LATE*)

Resultados

Resultados OLS

Var. Dependente: Nota de Exame	Matemática			Português		
Dimensão da Turma	0.0245 (0.0009)	0.0228 (0.0010)	0.0045 (0.0008)	0.0250 (0.0008)	0.0224 (0.0010)	0.0052 (0.0008)
Dimensão do Cohort		X	X		X	X
Dimensão do Cohort ²			X			X
Nr. de Turmas com Alunos NEE			X			X
Controlos			X			X
R^2	0.0099	0.0103	0.2618	0.0101	0.0107	0.2059
Observações	352,149	352,149	351,746	351,238	351,238	350,837

2SLS Results [Robustez]

Var. Dependente: Nota de Exame	Matemática		Português	
Dimensão da Turma	-0.0174 (0.0052)	-0.0351 (0.0081)	-0.0046 (0.0048)	-0.0193 (0.0074)
Dimensão do Cohort	X	X	X	X
Dimensão do Cohort ²		X		X
Nr. de Turmas com Alunos NEE	X	X	X	X
Student Controls		X		X
First-Stage	0.4280 (0.0186)	0.2574 (0.0210)	0.4296 (0.0186)	0.2584 (0.0210)
Kleibergen-Paap Wald F-stat	531.4	150.5	535.3	151.7
Observations	351,746	351,746	350,837	350,837

Discussão

Discussão

Evidência preliminar:

- \uparrow de 1 aluno na turma \implies $\downarrow .035\sigma$ em Matemática e $\downarrow .019\sigma$ em Português
- Efeito estimado próximo do estimado para o Projeto STAR
- Equivalente a 15-28% do ganho de ter uma mãe com Ensino Superior ($.89\sigma$)

Trabalho futuro:

- Entender melhor as regras / práticas para a formação de turmas
- Estudar efeitos para outros outcomes e anos de escolaridade

Obrigado!

E-mail: goncalo.lima@eui.eu

Referências I

- Angrist, J. D., E. Battistin, and D. Vuri (2017). In a small moment: Class size and moral hazard in the Italian Mezzogiorno. *American Economic Journal: Applied Economics* 9(4), 216–249.
- Angrist, J. D., G. W. Imbens, and D. B. Rubin (1996). Identification of Causal Effects Using Instrumental Variables. *Journal of the American Statistical Association* 91(434), 444.
- Angrist, J. D. and V. Lavy (1999). Using Maimonides Rule to Estimate the Effect of Class Size on Scholastic Achievement. *The Quarterly Journal of Economics* 114(2), 533–575.
- Angrist, J. D., V. Lavy, J. Leder-Luis, and A. Shany (2019). Maimonides Rule Redux. *American Economic Review: Insights* 1(3), 309–324.
- Bonesronning, H. (2003). Class Size Effects on Student Achievement in Norway: Patterns and Explanations. *Southern Economic Journal* 69(4), 952.
- Browning, M. and E. Heinesen (2007). Class size, teacher hours and educational attainment. *Scandinavian Journal of Economics* 109(2), 415–438.
- Capucha, A. R., C. Roldão, I. Tavares, and P. Mucharreira (2017). A Dimensão das Turmas no Sistema Educativo Português. Technical report, ISCTE-IUL.

Referências II

- Cattaneo, M. D., M. Jansson, and X. Ma (2018). Manipulation testing based on density discontinuity. *The Stata Journal* 18(1), 234–261.
- Chetty, R., J. N. Friedman, N. Hilger, E. Saez, D. W. Schanzenbach, and D. Yagan (2011). How Does Your Kindergarten Classroom Affect Your Earnings? Evidence from Project Star. *The Quarterly Journal of Economics* 126(4), 1593–1660.
- Dynarski, S., J. Hyman, and D. W. Schanzenbach (2013). Experimental Evidence on the Effect of Childhood Investments on Postsecondary Attainment and Degree Completion. *Journal of Policy Analysis and Management* 32(4), 692–717.
- Fredriksson, P., B. Öckert, and H. Oosterbeek (2013). Long-Term effects of class size. *Quarterly Journal of Economics* 128(1), 249–285.
- Gary-Bobo, R. J. and M.-B. Mahjoub (2013). Estimation of Class-Size Effects, Using "Maimonides' Rule" and Other Instruments: the Case of French Junior High Schools. *Annals of Economics and Statistics SPECIAL IS(111/112)*, 193–225.
- Hoxby, C. M. (2000). The effects of class size on student achievement: New evidence from population variation. *Quarterly Journal of Economics* 115(4), 1239–1285.

Referências III

- Krueger, A. B. (1999). Experimental estimates of education production functions. *Quarterly Journal of Economics* 114(2), 497–532.
- Lazear, E. P. (2001). Educational production. *Quarterly Journal of Economics* 116(3), 777–803.
- Liebowitz, D., P. González, E. Hooge, and G. Lima (2018). *OECD Reviews of School Resources: Portugal 2018*. OECD Reviews of School Resources. Paris: OECD Publishing.
- Schanzenbach, D. W. (2006). What Have Researchers Learned from Project STAR? *Brookings Papers on Education Policy* 2006(1), 205–228.
- Urquiola, M. (2006). Identifying Class Size Effects in Developing Countries. *The Review of Economics and Statistics* 88(1), 171–177.
- Urquiola, M. and E. Verhoogen (2009). Class-size caps, sorting, and the regression-discontinuity design. *American Economic Review* 99(1), 179–215.

Apêndices

A. Robustez

Ameaças à Identificação [\[Back\]](#)

Potenciais ameaças à identificação:

- Se as escolas manipulam sistematicamente o número de alunos inscritos ([Urquiola and Verhoogen, 2009](#); [Angrist et al., 2019](#))
 - Teste ([Cattaneo et al., 2018](#)) rejeita a hipótese de manipulação estatisticamente significativa
- Famílias podem estrategicamente inscrever os alunos em escolas acima do cutoff de número de alunos no cohort
 - Evidência sugestiva de que alocação não-aleatória não é uma fonte de enviesamento

Efeito do Instrumento nas Covariáveis

Var. Dependente:	Sexo Feminino	ASE	Ensino Superior em Casa	Pai Desempregado	Nativo
AAL	0.0001 (0.0006)	0.0013 (0.0011)	-0.0036 (0.0008)	0.0003 (0.0004)	-0.0011 (0.0004)
Dimensão do Cohort	X	X	X	X	X
Dimensão do Cohort ²	X	X	X	X	X
Nr. de Turmas com NEE	X	X	X	X	X
Observações	353,399	353,399	353,399	353,399	353,399

B. Modelo

Modelo

Objetivos

Enquadramento conceptual para guiar análise emírica

- Poucos artigos teóricos sobre os mecanismos associados ao efeito do tamanho das turmas
- Exceção: [Lazear \(2001\)](#)

Modelo explora outro mecanismo que não interrupção da aprendizagem

- Foco na *efectividade do professor*
- Extensões ao modelo são possíveis → qualidade do professor como mediador do efeito

Modelo

Ambiente do Modelo I

Aprendizagem formal ocorre em aulas públicas em salas de aula

- Professores distribuem o tempo na turma e fora dela e apoiam os alunos de forma individual
- Um professor benevolente é alocado a uma turma com n alunos

Modelo

Ambiente do Modelo II

Habilidade cognitiva é capturada pelos resultados dos exames (y) de acordo com:

$$y = Y(a, T(e, a)) \quad (7)$$

Em que:

- $a = a(\mathbf{X}, \mathbf{W}) > 0 \equiv$ habilidade académica do aluno
- $\mathbf{X} \equiv$ vetor de características *observáveis*
- $\mathbf{W} \equiv$ vetor de características *não-observáveis*
- $T(e, a) \equiv$ efectividade do professor
- $e \geq 0 \equiv$ esforço dedicado ao aluno

Modelo

Pressupostos I

Efectividade do professor: mecanismo pelo qual os professores podem positivamente afetar a aprendizagem do aluno

Pressuposto 1. Efectividade do professor é *crescente* no esforço do professor: $\frac{\partial T(e,a)}{\partial e} > 0$

Pressuposto 2. Efectividade do professor é *decrecente* na habilidade do aluno: $\frac{\partial T(e,a)}{\partial a} < 0$

Pressuposto 3. Efectividade do professor tem a seguinte forma funcional:

$$T(e, a) = e^\beta a^{-\alpha}, \quad \alpha, \beta \in (0, 1) \quad (8)$$

Modelo

Pressupostos II

Pressuposto 4. O professor tem um nível fixo de esforço \bar{e}

Pressuposto 5. Professor observa habilidade de cada aluno, $a_i(\mathbf{X}_i, \mathbf{W}_i)$, $i = 1, \dots, n$

Modelo

Esforço Ótimo

Professor benevolente deriva utilidade da sua efectividade total

- Aloca nível ótimo de esforço a cada aluno, $e_i, \forall i = 1, \dots, n$
- Problema do professor:

$$\max_{\{e_i\}_{i=1}^n} \sum_{i=1}^n T(e_i, a_i) \quad (9)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^n e_i \leq \bar{e} \quad (10)$$

Escolha ótima de esforço a dedicar a cada aluno:

$$e_i^* = \frac{(a_i)^{-\frac{\alpha}{1-\beta}} \bar{e}}{\sum_{k=1}^n (a_k)^{-\frac{\alpha}{1-\beta}}}, \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (11)$$

Modelo

Previsões

Efectividade ótima do professor:

$$T_i^* = T_i(\{a_k\}_{k=1}^n, \bar{e}) = (a_i)^{-\frac{\alpha}{1-\beta}} \left(\frac{\bar{e}}{\sum_{k=1}^n (a_k)^{-\frac{\alpha}{1-\beta}}} \right)^\beta \quad (12)$$

Proposição 1. A efectividade ótima do professor associada ao aluno i

- *Descresce* na habilidade do próprio aluno
- *Cresce* na habilidade dos outros alunos da turma
- *Cresce* no esforço total disponível
- **Descresce na dimensão da turma**, e *mais ainda* para alunos com menor habilidade

Modelo

Hipóteses

Hipótese 1. Ser alocado a uma turma maior reduz a aprendizagem do aluno, e mais ainda para alunos com maiores dificuldades de aprendizagem O problema da escola:

- Escola preocupa-se com a aprendizagem dos alunos
- Dado recursos limitados, turmas mais pequenas nem sempre são possíveis
- Ótimo para as escolas alocarem alunos com maiores dificuldades de aprendizagem a turmas mais pequenas

Hipótese 2 (Seleção). Em média, alunos com maior facilidade de aprendizagem são alocados a turmas maiores